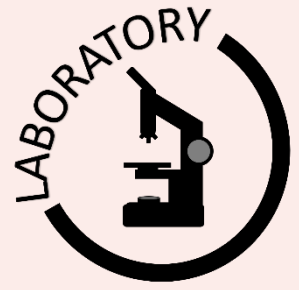




به نام خدا



آزمایش پنجم: کمانش ستون

مدرس: دکتر احسان فتحی

مدیر و موسس آموزشگاه آزاد فنی و حرفه‌ای فتحی

Telegram & Instagram: @FathiTrainingGroup

Website: FathiTrainingGroup.com

Email: ehsanfathi_eh@yahoo.com

Tel: 09386249330, 05191012910

فهرست مطالب

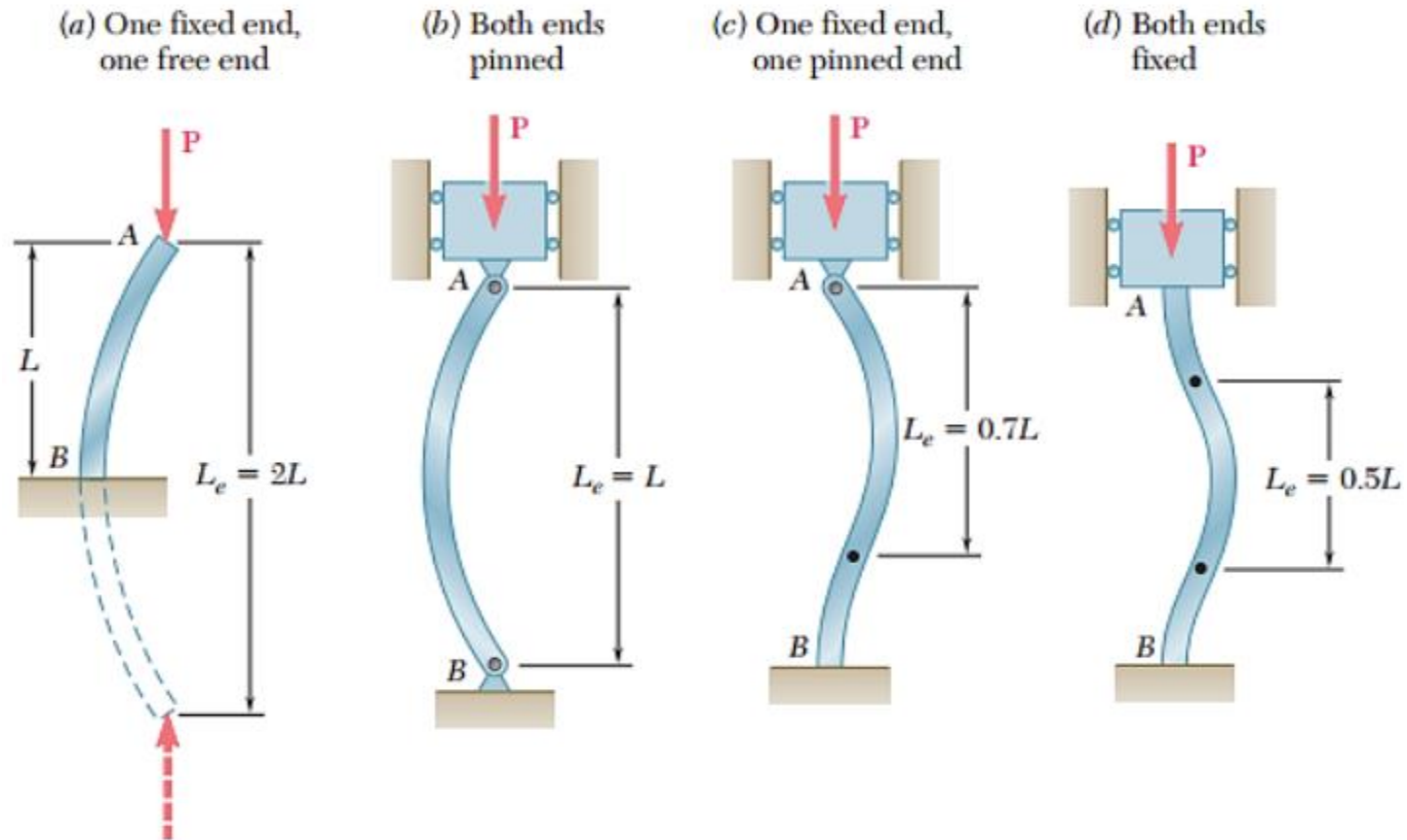
- هدف آزمایش
- تئوری آزمایش
- وسایل انجام آزمایش
- دستگاه آزمایش
- روش انجام آزمایش
- جدول داده‌های آزمایش و مقادیر تئوری
- رسم منحنی‌های تجربی و تئوری
- خواسته‌های آزمایش
- روش گزارش کار نویسی

- بررسی و تعیین خیز و بار بحرانی ستون‌ها در شرایط مختلف تکیه‌گاهی
- محاسبه ضریب ارتجاعی تیرها

به عضوی که تحت بار فشاری قرار گیرد ستون گفته می‌شود. افزایش بار فشاری در ستون‌ها موجب تغییر شکل جانبی زیادی در آن‌ها خواهد شد. چنین حالتی را کمانش می‌نامیم. این پدیده معمولاً در اثر اعوجاج اولیه ستون، وجود بار جانبی روی ستون و یا خارج از مرکزیت نیروی محوری به وجود می‌آید. در زیر رابطه بار بحرانی ستون ارائه شده است.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(L_e)^2}$$

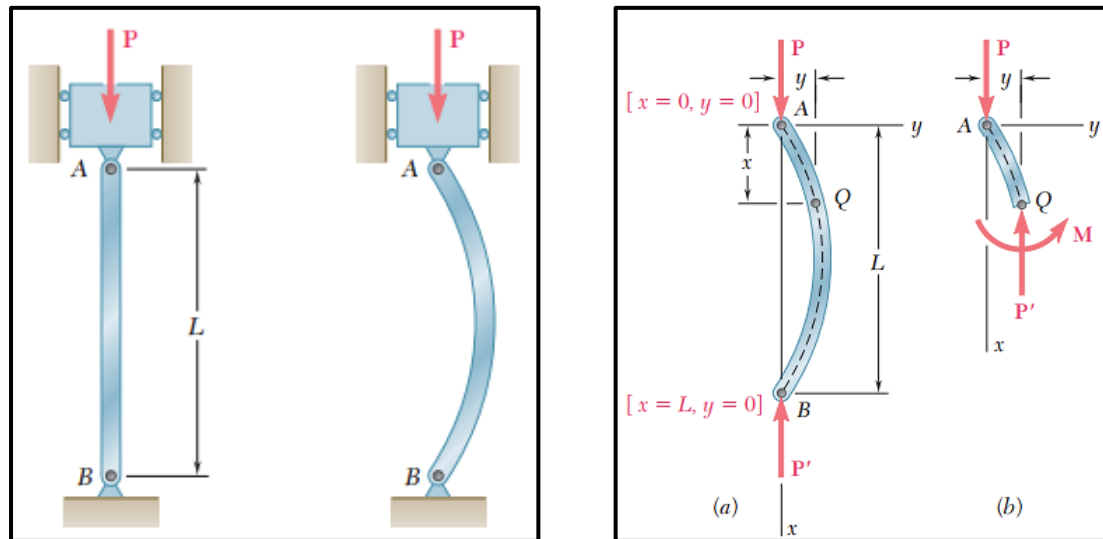
در این رابطه P_{cr} بار بحرانی ستون، EI سختی خمشی مصالح ستون و L_e طول موثر در کمانش است. که بسته به نوع شرط مرزی متفاوت می‌باشد. در شکل ۱ تعدادی ستون با شرایط مرزی مختلف نشان داده شده است.



شکل ۱: نمایش چند ستون با شرایط مرزی مختلف

اثبات رابطه نیروی بحرانی:

با توجه به اینکه ستون‌ها مانند تیرهایی هستند که به صورت عمودی و تحت بار فشاری قرار گرفته‌اند می‌توان برای محاسبه مقدار بار بحرانی از روابط خیز تیرها استفاده کرد.



شکل ۲: ستون با تکیه‌گاه ساده

رابطه ممان خمشی در تیرها به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} = -\frac{P}{EI}y$$

با مرتب سازی معادله فوق خواهیم داشت:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI}y = 0$$

معادله فوق یک معادله دیفرانسیل خطی همگن از مرتبه ۲ است که برای حل آن به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$p^2 = \frac{P}{EI}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p^2y = 0$$

حل کلی معادله صفحه قبل به صورت زیر می باشد:

$$y = A \sin px + B \cos px$$

با قرار دادن این معادله در رابطه اصلی و در نظر گرفتن شرایط مرزی مقدار بار بحرانی بدست می آید. از شرط مرزی در ابتدای ستون $(x = 0, y = 0)$ ثابت B صفر بدست می آید و از شرط مرزی دوم در انتهای ستون $(x = L, y = 0)$ به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$A \sin pL = 0$$

در این رابطه یا باید A صفر باشد که در این صورت به جواب بدیهی می رسیم یا اینکه عبارت داخل سینوس برابر صفر باشد که در این صورت مقدار بار به صورت زیر بدست می آید:

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$$

تئوری آزمایش

با قرار دادن $n = 1$ در رابطه قبل مقدار بار بحرانی در مد اول به صورت زیر بدست می آید که به آن معادله اولر نیز گفته می شود:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

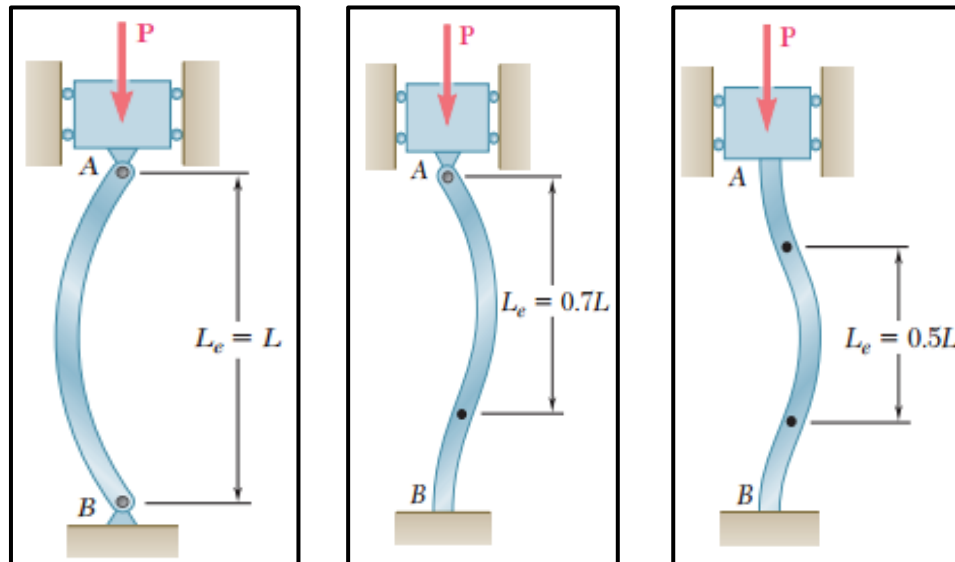
با قرار دادن ثابت های بدست آمده در معادله y می توان مقدار تغییر طول تیر را به صورت زیر بدست آورد:

$$y = A \sin \frac{\pi x}{L}$$

در ادامه می توان با تقسیم نیروی بحرانی بر سطح مقطع ستون مقدار تنش بحرانی را بدست آورد:

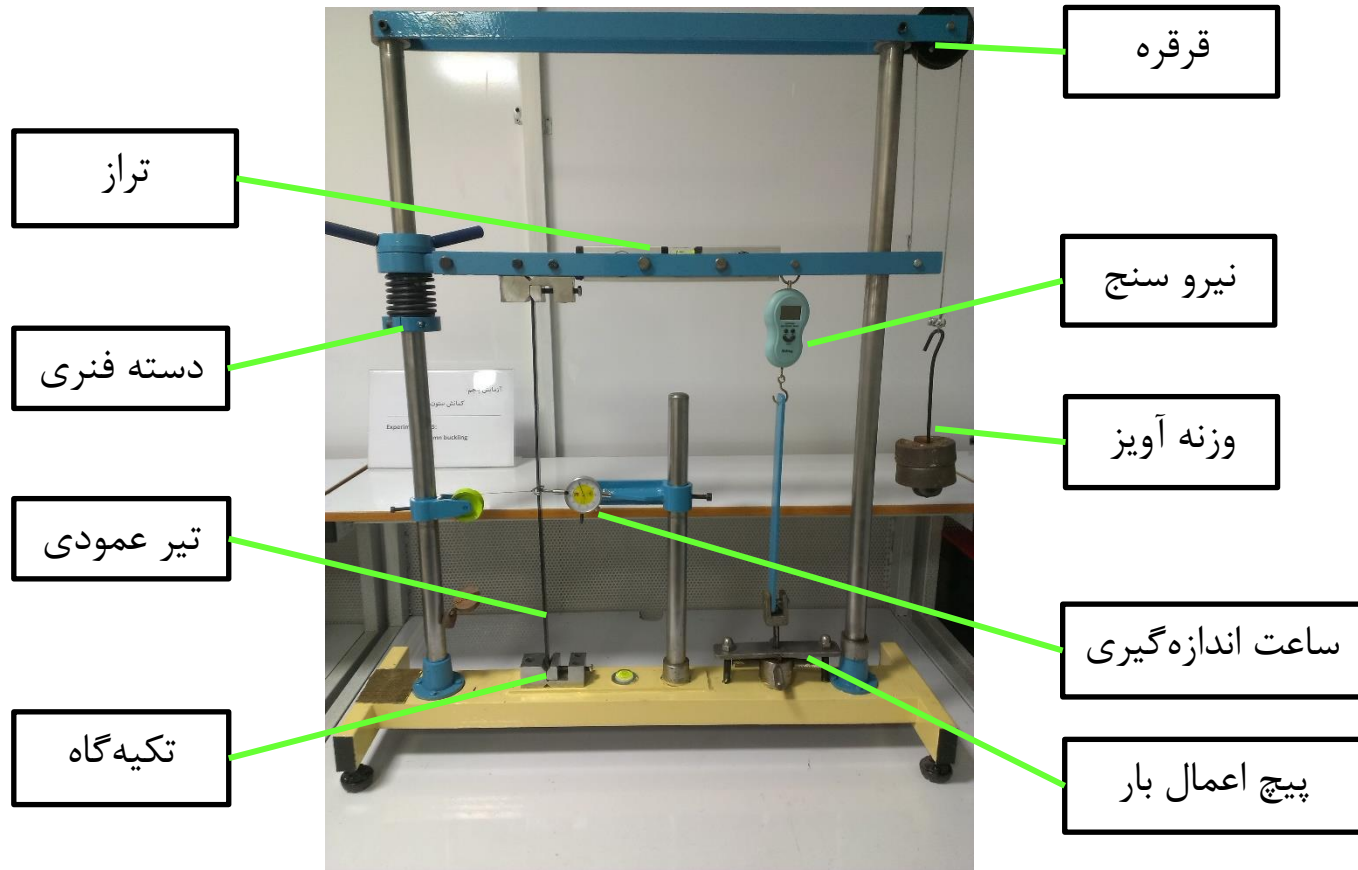
$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EA r^2}{AL^2}$$

توجه: روابط نیرو و تنش برای ستون با شرایط مرزی دو سر پین می‌باشد. برای تعمیم این روابط در شرایط مرزی مختلف می‌بایست به جای طول تیر L از طول تیر معادل L_e استفاده کرد. مقدار طول تیر معادل برای شرایط مرزی مختلف به صورت زیر می‌باشد:



وسایل انجام آزمایش

- ✓ تکیه گاه ساده و گیردار
- ✓ نیروسنج
- ✓ تراز
- ✓ ساعت اندازه گیری مدرج
- ✓ صفحه مدرج بر حسب درجه
- ✓ نمونه استاندارد آزمایش پیچش



شکل ۳: معرفی وسایل آزمایش

روش انجام آزمایش

- ۱- ابتدا دستگاه را آماده می‌کنیم. بدین ترتیب که به کمک دسته فنری و وزنه تعادلی تراز دستگاه را کاملاً تنظیم می‌کنیم. این کار سبب می‌شود تا هم ستون مورد آزمایش، قائم شده و هم تیر تحت بار در صفحه افق قرار گیرد.
- ۲- قرقره را طوری در محل مناسب ثابت کنید که نخ عبوری از آن به صورت افقی به وسط دهانه ستون متصل شود و به سر دیگر نخ وزنه‌ای ۱۵۰ گرمی بیاویزید.
- ۳- یک ساعت اندازه‌گیری را طوری نصب می‌کنیم که با وسط دهانه ستون در تماس بوده و در مقابل نخ افقی قرار گیرد.
- ۴- توسط چرخ دستی ستون را بارگذاری کنید. تیر بارگذاری را تراز کنید. مقدار بار را از نیروسنج و خیز را از ساعت بخوانید. در هر مرتبه ۲ کیلوگرم بار را افزایش دهید.
- ۵- هنگامی که افزایش بار موجب تغییر شکل جانبی نسبتاً زیاد ستون شود، نمونه کمانه کرده است. در این صورت با چرخاندن چرخ بارگذاری تغییر محسوسی در مقدار نیرو مشاهده نمی‌شود. خیز جانبی ستون در اثر بار محوری یک نمونه، رفتار ارتجاعی غیر خطی می‌باشد.
- ۶- ابعاد و جنس تیرهای مورد آزمایش را جهت استفاده در روابط تئوری یادداشت نمایید.

محاسبه مقادیر تئوری

۱- برای ستون با شرایط مرزی دوسر مفصل:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

۲- برای ستون با شرایط مرزی دوسر گیردار:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{0.25L^2}$$

۳- برای ستون با شرایط مرزی یکسر مفصل - یکسر گیردار:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{0.49L^2}$$



محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی

نحوه محاسبه درصد خطای آزمایشگاهی از رابطه زیر بدست می آید:

$$\text{درصد خطای آزمایشگاهی} = \frac{\text{مقدار عملی} - \text{مقدار تئوری}}{\text{مقدار تئوری}} \times 100$$



جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

$$I = \frac{1}{12} B h^3 \quad L = 564 \text{ mm} \quad E = 207000 \text{ MPa} \quad B = 20 \text{ mm} \quad h = 4 \text{ mm}$$

	دوسر گیردار	یکسر مفصل - یکسر گیردار	دو سر مفصل
نیرو (N)	جابجایی (mm)	جابجایی (mm)	جابجایی (mm)
100	1.23e-5	2.10e-5	4.52e-5
200	2.24e-5	3.87e-5	9.09e-5
300	3.30e-5	5.91e-5	1.58e-4
400	4.43e-5	8.30e-5	2.70e-4
500	5.64e-5	1.11e-4	5.00e-4
600	6.94e-5	1.47e-4	1.25e-3
700	8.33e-5	1.92e-4	8.12e-1
800	9.85e-5	2.53e-4	
900	1.15e-4	3.40e-4	

جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

	دوسر گیردار	یکسر مفصل - یکسر گیردار	دو سر مفصل
نیرو (N)	جابجایی (mm)	جابجایی (mm)	جابجایی (mm)
1000	1.33e-4	4.75e-4	
1100	1.54e-4	7.21e-4	
1200	1.77e-4	1.31e-3	
1300	2.03e-4	4.90e-3	
1400	2.33e-4	1.90	
1500	2.69e-4		
1600	3.12e-4		
1700	3.64e-4		
1800	4.31e-4		



جدول داده‌های آزمایش و نتایج تئوری

	دوسر گیردار	یکسر مفصل - یکسر گیردار	دو سر مفصل
نیرو (N)	جابجایی (mm)	جابجایی (mm)	جابجایی (mm)
1900	5.18e-4		
2000	6.39e-4		
2100	8.18e-4		
2200	1.11e-3		
2300	1.70e-3		
2400	3.44e-3		
2500	2.79e-1		
2600			
2700			

خواسته های آزمایش

□ پس از انجام این آزمایش مطلوب است:

- ۱- برای هر یک از ستون‌های مورد آزمایش نیروی محوری در مقابل خیز وسط تیر را رسم کنید و به کمک آن مقدار بار بحرانی را تعیین کنید.
- ۲- بار بحرانی ستون در حالت یکسر گیردار - یکسر مفصل و در حالت دوسر گیردار چند برابر بار بحرانی تیر دو سر مفصل است؟
- ۳- با استفاده از انتگرال‌گیری عددی سطح زیر منحنی نیرو - تغییر مکان که همان انرژی می‌شود را محاسبه کرده و منحنی انرژی - تغییر مکان را رسم کنید.
- ۴- پس از محاسبه مقدار بار بحرانی مدول یانگ نمونه آزمایشگاهی را حساب کنید.
- ۵- نتایج آزمایش را با نتایج تئوری مقایسه و عوامل خطا را بررسی کنید.

روش گزارش کار نویسی

□ گزارش کار باید شامل بخش های زیر باشد:

۱- صفحه اول: عنوان آزمایش، شماره آزمایش، تاریخ انجام آزمایش

۲- صفحه دوم: فهرست مطالب

۳- سایر صفحات: اهداف آزمایش، تئوری آزمایش، وسایل انجام آزمایش، روش انجام آزمایش، ثبت نتایج، ترسیم منحنی های خواسته شده، محاسبه درصد خطا، بررسی عوامل خطا، نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات

گرامم بل:

تمام افکار خود را روی کاری که دارید انجام می دهید متمرکز کنید. پرتوهای خورشید تا متمرکز نشوند نمی سوزانند.